

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE LA CONVECTION FORCÉE TURBULENTE LE LONG DE PLAQUES RUGUEUSES

JOCHEN DOENECKE

Faculté des Sciences, Université de Paris

(Reçu le 31 Juillet 1963)

Résumé—Les profils des vitesses et des températures sont mesurés le long de quatre plaques rugueuses chauffées dans un écoulement incompressible, où le nombre de Reynolds maximal est de $2,2 \cdot 10^6$. La rugosité, homogène, est obtenue par photogravure ou par des moyens mécaniques.

Une représentation universelle des profils des vitesses et des températures peut être obtenue.

On calcule, à partir de ces profils, le frottement pariétal et la transmission de chaleur à travers la paroi et aussi, pour une plaque, la répartition de la contrainte tangentielle turbulente réduite et le flux de chaleur turbulent réduit à travers la couche limite.

NOMENCLATURE

a , diffusivité thermique (constante);
 C_f , coefficient local de frottement au point $P \left(\frac{2 \cdot \tau_p}{\rho \cdot u_\infty^2} \right)$;
 C_h , coefficient local de transport d'enthalpie au point $P \left(\frac{\alpha}{\rho \cdot c_p \cdot u_\infty} \right)$;
 c_p , chaleur spécifique à pression constante (constante);
 H , paramètre de forme en un point $P \left(\frac{\delta_1}{\delta_2} \right)$;
 χ , paramètre de forme thermique en un point $P \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right)$;
 k , hauteur des rugosités;
 M , point de la couche limite;
 P , point à la paroi;
 p , pression;
 T , température absolue en un point M de la couche limite;
 T_p , température absolue de la paroi en un point P ;
 T_∞ , température absolue à la frontière extérieure de la couche limite en un point correspondant au point P ;
 u , vitesse moyenne en un point M de la couche limite;
 u_∞ , vitesse moyenne à la frontière extérieure

de la couche limite en un point correspondant au point P ;
 u_f , vitesse de frottement $\left(\sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}} \right)$;
 u^+ , vitesse réduite en un point M de la couche limite $\left(\frac{u}{u_f} \right)$;
 v , vitesse perpendiculaire à la paroi, en un point M de la couche limite;
 u', v' , composantes de la vitesse de fluctuation w' , en un point M de la couche limite et à l'instant t ;
 x , abscisse dans la direction de l'écoulement du point M de la couche limite;
 y , distance à la paroi du point M de la couche limite;
 y^+ , distance réduite en un point M de la couche limite $\left(\frac{u_f \cdot y}{\nu} \right)$;
 α , coefficient de convection pariétale au point $P \left(\frac{q_p}{\theta_\infty} \right)$;
 δ , épaisseur de la couche limite en un point P ;
 δ_1 , épaisseur de déplacement en un point $P \left[\int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy \right]$;
 δ_2 , épaisseur de quantité de mouvement en un point $P \left[\int_0^\infty \frac{u}{u_\infty} \left(1 - \frac{u}{u_\infty} \right)^2 dy \right]$;

- δ_3 , épaisseur de force vive en un point
 $P \left\{ \int_0^{\infty} \frac{u}{u_{\infty}} \left[1 - \left(\frac{u}{u_{\infty}} \right)^2 \right] dy \right\}$;
- Δ , épaisseur de la couche limite thermique en un point P ;
- Δ_1 , épaisseur de déplacement thermique en un point $P \left[\int_0^{\infty} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{\infty}} \right) dy \right]$;
- Δ_2 , épaisseur d'enthalpie en un point
 $P \left[\int_0^{\infty} \frac{u}{u_{\infty}} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{\infty}} \right) dy \right]$;
- θ , différence de température $T_p - T$;
- θ_{∞} , différence de température $T_p - T_{\infty}$;
- θ_c , température de convection au point
 $P \left(\frac{\theta_c}{\theta_{\infty}} = \sqrt{C_h} \right)$;
- θ' , fluctuation de la température en un point M de la couche limite;
- λ , coefficient de conduction thermique (constante);
- μ , viscosité (constante);
- ν , viscosité cinématique (constante);
- ρ , masse volumique de l'air (constante);
- τ , contrainte tangentielle totale en un point M de la couche limite ($\tau_l + \tau_t$);
- τ_l , contrainte tangentielle laminaire en un point M de la couche limite $\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$;
- τ_p , contrainte pariétale en un point P ;
- τ_t , contrainte tangentielle turbulente en un point M de la couche limite $(-\rho \overline{u'v'})$;
- φ , densité de flux de chaleur totale en un point M de la couche limite ($\varphi_l + \varphi_t$);
- φ_l , densité de flux de chaleur laminaire en un point M de la couche limite $\left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \right)$;
- φ_p , densité de flux de chaleur pariétale en un point P ;
- φ_t , densité de flux de chaleur turbulente en un point M de la couche limite $(-\rho c_p \overline{\theta'v'})$;
- \mathcal{P} , nombre de Prandtl $\left(\frac{\nu}{a} \right)$;
- \mathcal{R} , nombre de Reynolds $\left(\frac{u_{\infty} \cdot x \cdot \rho}{\mu} \right)$.

1. PARTIE EXPÉRIMENTALE

1.1. Installation

LES EXPÉRIENCES sont effectuées dans une soufflerie du type Eiffel. La vitesse dans la veine d'expérience peut atteindre 60 m/s et cette veine a 150 cm de longueur et 50 cm de largeur.

Le dispositif expérimental est représenté sur la Fig. 1.

Les différentes plaques (1) en cuivre rouge servent successivement de couvercles à une boîte plate rectangulaire en bronze sur laquelle elles sont vissées. La température en différents points de la plaque est donnée par quatorze thermocouples (2) soudés dans des rivets solidaires de cette plaque.

La boîte est divisée en plusieurs compartiments en chicane. La plaque est chauffée par de l'eau qui circule dans ces compartiments. On peut régler le débit de l'eau dans chaque compartiment par une vanne (3), de manière à maintenir la température de la plaque aussi uniforme que possible. La circulation de l'eau est créée par une pompe aspirante (4) munie d'un by-pass (5). Le débit total de l'eau est mesuré par un rotamètre (6). L'eau est chauffée dans un grand réservoir (7) par des résistances électriques (8) et la température y est homogénéisée à l'aide d'un agitateur (11). On règle la puissance électrique par un potentiomètre (9) en relation avec un thermostat (10).

Un bord d'attaque lisse et arrondi précède la zone des rugosités. Ce bord d'attaque est également chauffé par une circulation d'eau. On trouve que la zone de transition et l'origine fictive de la couche limite turbulente sont situées très près du bord d'attaque.

La pression statique, qui est constante à travers la couche limite, est mesurée hors de cette couche limite (13).

Les pressions totales sont obtenues à l'aide d'un tube de Pitot aplati (12), qui permet des mesures très près de la paroi.

Les profils des températures sont mesurés à l'aide d'un thermocouple, dont les fils d'arrivée sont perpendiculaires à la direction du vent (14). Il est possible de mesurer successivement les tensions des quatorze thermocouples de la plaque à l'aide d'un multicommutateur (15).

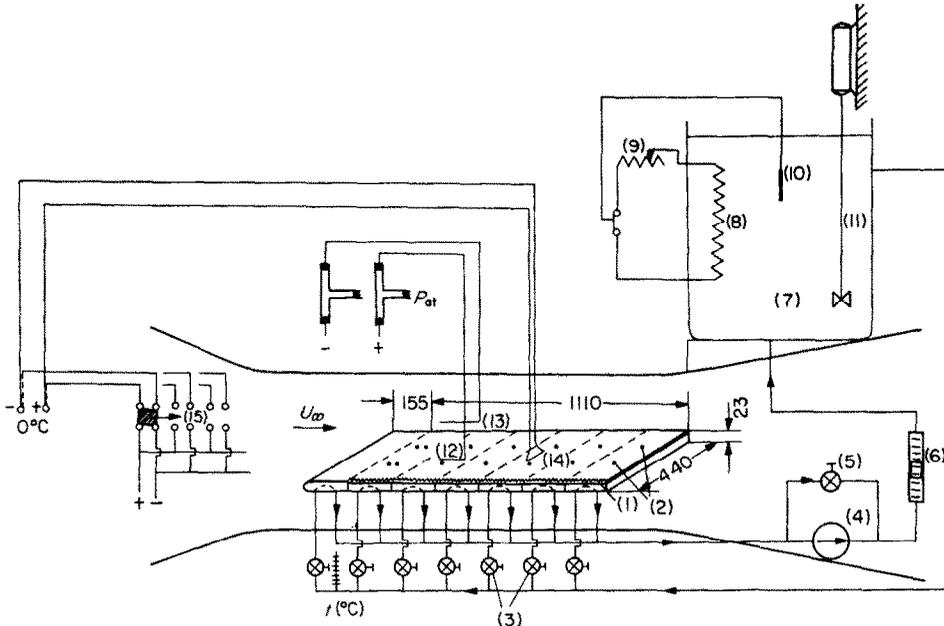


FIG. 1.

1.2. Procédé de mesure

La distance d'une sonde à la paroi est réglée par une vis micrométrique. Le contact de la sonde avec la paroi est repéré par un contact électrique. Ainsi, il est possible de mesurer la distance à la paroi avec une précision de $\pm 0,05$ mm.

La mesure de la force électro-motrice de tous les thermocouples qui se trouvent en amont de la sonde donne la valeur moyenne de la température de la plaque.

Il n'est pas possible d'établir rigoureusement, chaque jour, la même vitesse u_∞ et les mêmes températures T_p et T_∞ . En outre, la température de la plaque n'est uniforme qu'à $\pm 0,9^\circ\text{C}$ près. Pour pallier ces inconvénients, d'une part, chaque profil est mesuré à plusieurs reprises et, d'autre part, on calcule les expressions sans dimension u/u_∞ et θ/θ_∞ , dont on prend les valeurs moyennes.

Tous les calculs sont faits en considérant comme constantes les propriétés physiques de l'air. Cette approximation est plus importante pour les profils des températures que pour les profils des vitesses. En effet, les profils des vitesses sont mesurés le long de plaques non

chauffées, tandis que les profils des températures sont mesurés le long de plaques chauffées. Toutes les grandeurs physiques sont rapportées à la température à la frontière de la couche limite.

1.3. Forme des rugosités

Nous avons étudié deux plaques faites par photogravure, qui ont des rugosités cylindriques distribuées uniformément sur la surface.

Pour la première plaque (Fig. 2), les rugosités sont assez espacées pour qu'il soit possible d'introduire les sondes entre les rugosités jusqu'à ce qu'elles touchent la paroi. Les mesures

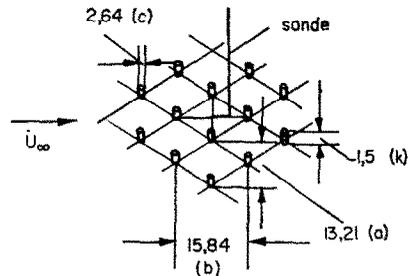


FIG. 2.

sont faites au centre du quadrilatère défini par quatre rugosités voisines.

La *deuxième plaque*, dont la couche limite dynamique a déjà été étudiée [1], a été photographiée à partir du même calque que la première. Les dimensions de cette plaque, comparées à celles de la première, sont indiquées sur le tableau 1.

Tableau 1

	Modèle calque	Plaque 1	Plaque 2
a (en mm)	10	13,21	3,5
b (en mm)	12	15,84	4,2
c (en mm)	2	2,64	0,7

La signification des valeurs a , b et c est donnée sur la Fig. 2. Les rapports a/b , a/c et b/c sont les mêmes pour les deux plaques, puisque ces deux plaques proviennent de la photographie d'un même calque. La hauteur k des rugosités sur la deuxième plaque est de 0,55 mm.

Pour la *troisième plaque*, les rugosités sont constituées par des rainures faites à la fraiseuse et perpendiculaires à la direction de l'écoulement (Fig. 3).

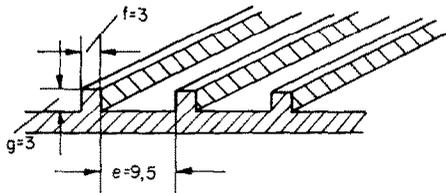


FIG. 3.

Les mesures sont faites exactement au milieu des rainures. Très près de la paroi, le tube de Pitot indique une vitesse négative (Fig. 4): ceci est dû à l'existence d'un tourbillon derrière chaque rugosité. Le centre du noyau du tourbillon, que l'on détermine comme étant le point de vitesse nulle, est pris comme origine des profils.

Le taux de variation de la température est

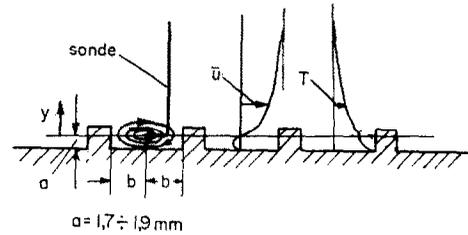


FIG. 4.

très grand au voisinage immédiat de la paroi, mais dans le noyau du tourbillon, il varie très peu (Fig. 9); enfin, à l'extérieur de ce noyau la température diminue sensiblement comme dans le cas d'une paroi lisse.

La *quatrième plaque* a été obtenue par modification de la troisième plaque. Les rugosités sont également constituées par des rainures. Leurs dimensions sont indiquées dans le tableau 2.

Tableau 2

	Plaque 3	Plaque 4
e (en mm)	9,5	10,8
f (en mm)	3	1,7
g (en mm)	3	1,7

Pour les quatre plaques nous avons pris pour origine des profils ($y = 0$), le point où la vitesse est nulle ($u = 0$).

Remarquons que, pour les plaques 1 et 2, les têtes des rugosités sont au même niveau que le bord d'attaque, tandis que, pour les plaques 3 et 4, ce sont les pieds des rugosités qui sont au même niveau que le bord d'attaque (Fig. 5).

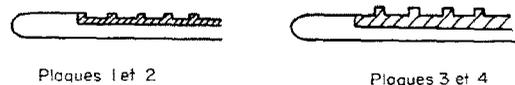


FIG. 5.

2. RÉSULTATS OBTENUS

2.1. Profils

Les Figs. 6 et 7 montrent les profils respectifs des vitesses et des températures pour la plaque 1; les Figs. 8 et 9 montrent les profils correspondants pour la plaque 3. On voit que l'épaisseur de la couche limite de la plaque 3 est plus importante que celle de la plaque 1.

La Fig. 10 donne les profils des températures pour la plaque 4. On voit que, à l'inverse de ce qui se passe pour la plaque 3, la température décroît régulièrement quand on s'éloigne de la paroi: c'est qu'il n'y a plus de noyau de tourbillon derrière les rugosités comme pour la plaque 3.

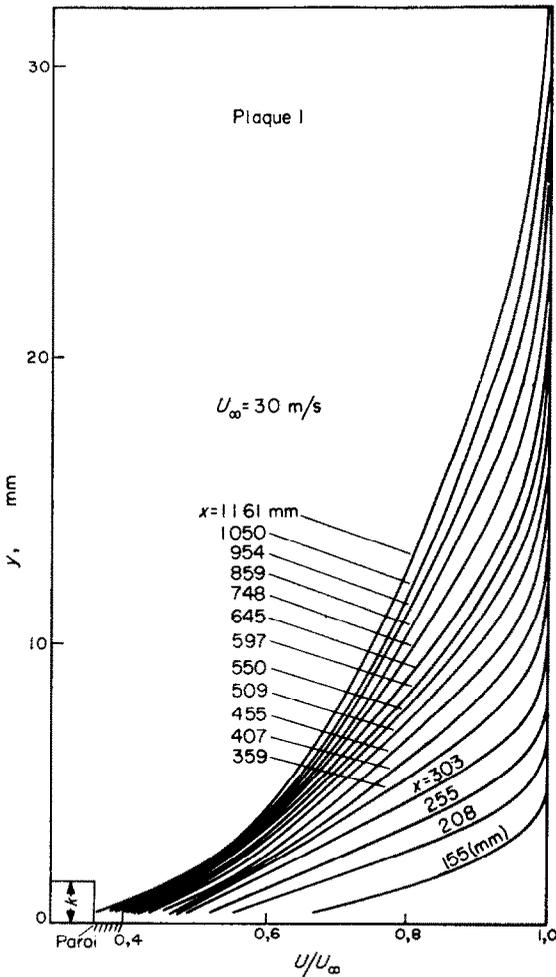


FIG. 6.

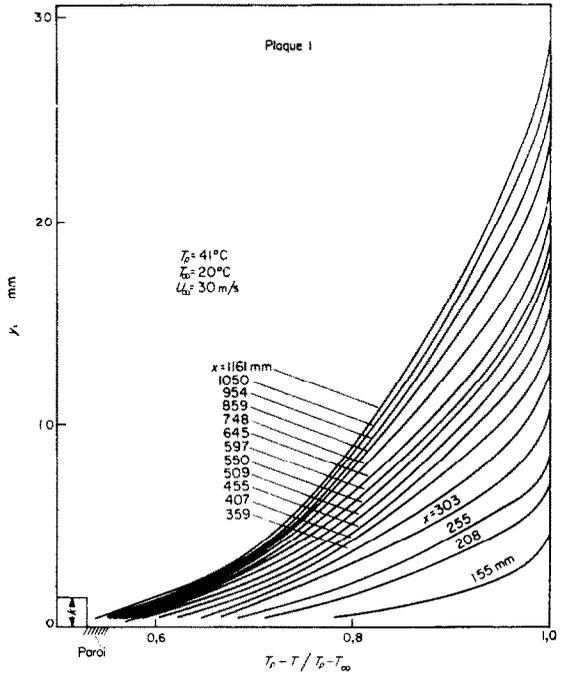


FIG. 7.

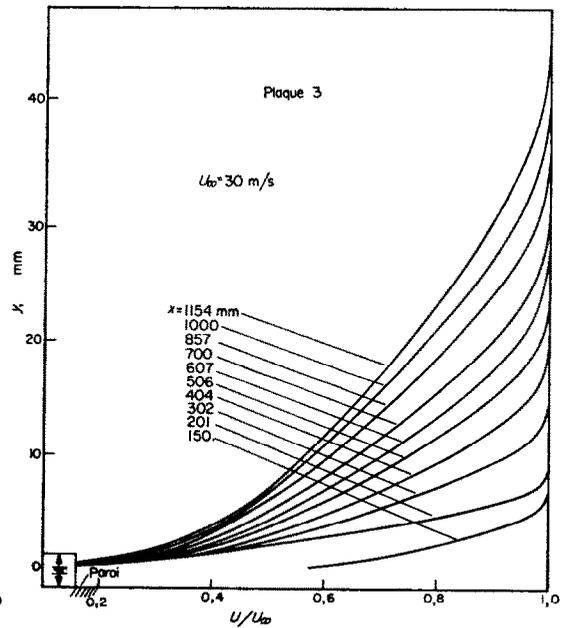


FIG. 8.

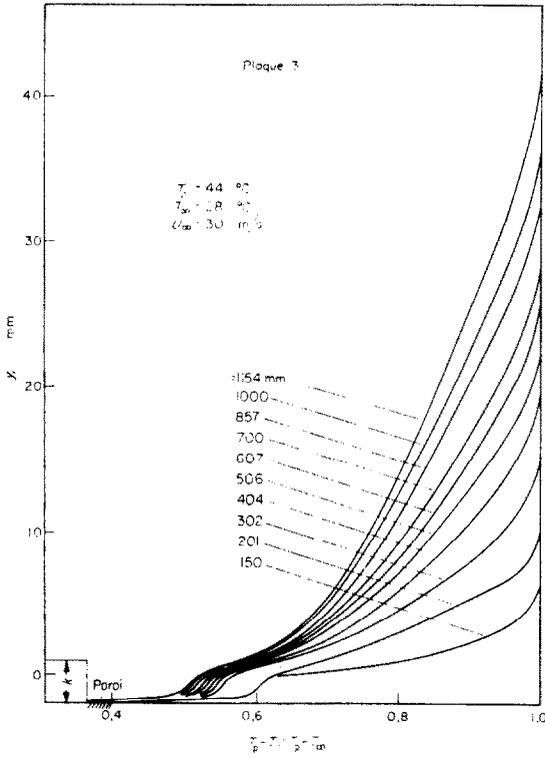


FIG. 9.

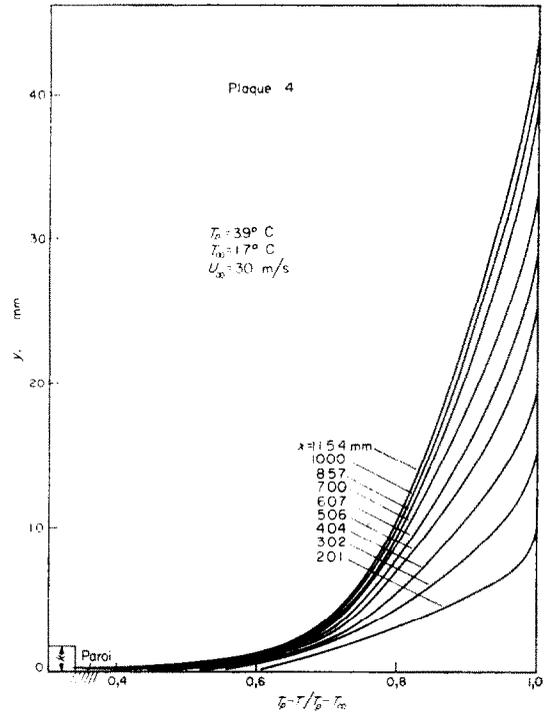


FIG. 10.

La Fig. 11 donne le paramètre de forme $H = \delta_1/\delta_2$, en fonction de l'abscisse x , et cela pour les quatre plaques: ce paramètre est sensiblement constant pour différentes valeurs de x , mais, pour chaque plaque, il a une valeur différente. En prenant la valeur $H = 1,4$ pour la plaque lisse, on voit que le paramètre de forme est augmenté par les rugosités, et l'on peut dire que l'existence des rugosités fait que la forme des profils turbulents se rapproche de celle des profils laminaires.

Le paramètre de forme χ , défini à partir des épaisseurs thermiques de la couche limite, $\chi = \Delta_1/\Delta_2$, a, pour chaque plaque, la même valeur que le paramètre de forme H (Fig. 12).

2.2. Frottement et transport de chaleur

Sur la Fig. 13, nous avons tracé, pour les quatre plaques, le coefficient de frottement et, sur la Fig. 14, le coefficient de transport d'enthalpie en fonction du nombre de Reynolds. Ces

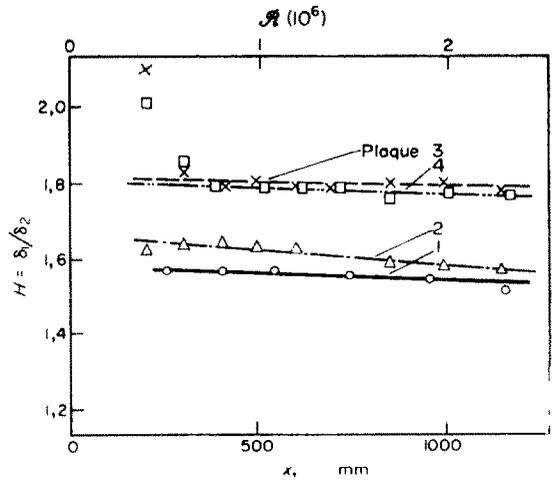


FIG. 11.

coefficients sont obtenus à partir de l'équation globale de quantité de mouvement:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{d\delta_2}{dx} \tag{1}$$

et de l'équation globale de l'énergie:

$$C_h = \frac{d\Delta_2}{dx} - \frac{u_\infty^2}{2 \cdot \theta_\infty \cdot c_p} \cdot \frac{d\delta_3}{dx} \quad (2)$$

Les déterminations de C_f et de C_h sont peu

précises, parce que les valeurs sont obtenues à partir des pentes des courbes $\delta_2 = f(x)$ et $\Delta_2 = f(x)$. Mais il est visible qu'à partir de certaines valeurs du nombre de Reynolds, $C_f/2$ et C_h deviennent constants.

Les courbes 2. C_h/C_f en fonction du nombre de Reynolds (Fig. 15) montrent plus clairement l'ensemble des résultats: le rapport $2 \cdot C_h/C_f$ diminue quand la hauteur des rugosités augmente à nombre de Reynolds constant, et quand le nombre de Reynolds augmente à hauteur de rugosité constante.

Les rugosités augmentent toujours plus le

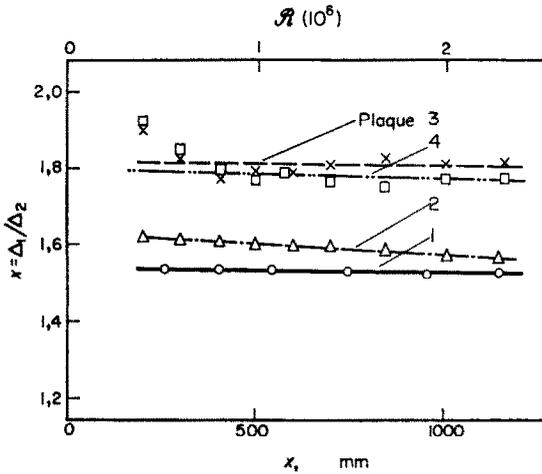


FIG. 12.

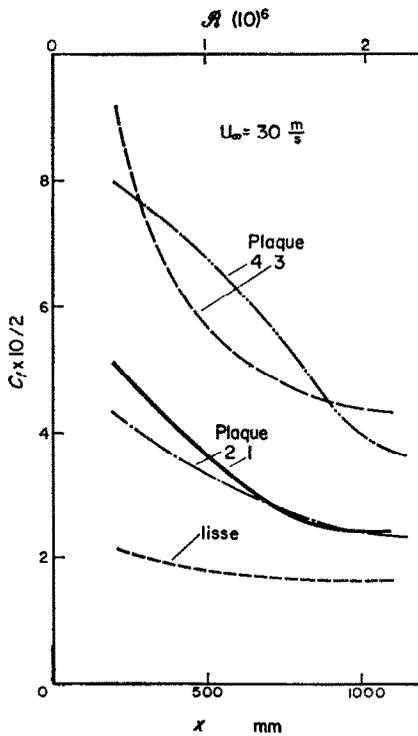


FIG. 13.

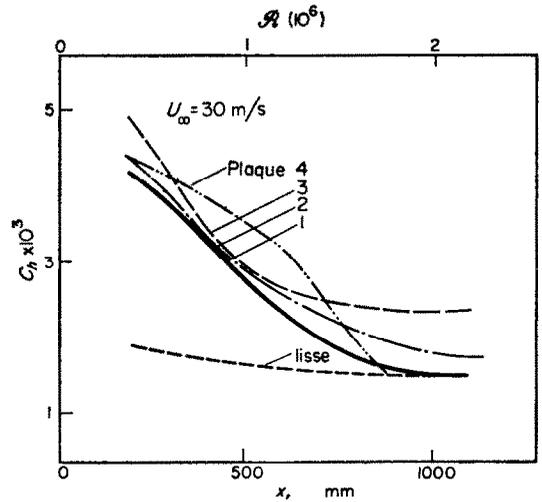


FIG. 14.

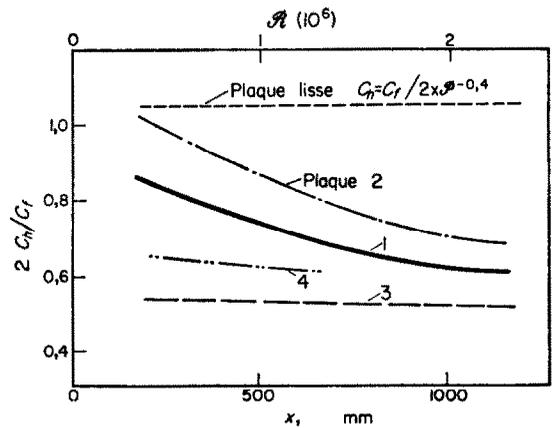


FIG. 15.

coefficient C_f que le coefficient C_h , quelle que soit la valeur de \mathcal{R} . On a donc :

$$\frac{C_f \text{ rugueux}}{C_f \text{ lisse}} > \frac{C_h \text{ rugueux}}{C_h \text{ lisse}}.$$

A partir des équations de la couche limite bidimensionnelle et incompressible (1),

$$u \frac{\partial x}{\partial u} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{4}$$

et compte tenu de l'expression de la tension τ

$$\tau = \tau_l + \tau_t, \text{ avec } \begin{cases} \tau_l = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \\ \tau_t = -\rho \overline{u'v'} \end{cases} \tag{5}$$

on obtient l'expression suivante :

$$\overline{u'v'} = - \left[\left| u_\infty^2 \frac{d\delta_2}{dx} \right| + \left| u \cdot \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right| \right] + \left[\left| \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right| + 2 \left| \int_0^y u \frac{\partial u}{\partial x} dy \right| \right]. \tag{6}$$

De même, l'équation de l'énergie

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \tag{7}$$

et compte tenu de l'expression de la densité de flux de chaleur φ :

$$\varphi = \varphi_l + \varphi_t \text{ avec } \begin{cases} \varphi_l = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \varphi_t = -\rho \cdot c_p \overline{\theta'v'} \end{cases}$$

on obtient l'expression suivante* :

$$\overline{\theta'v'} = - \left[\left| \frac{d\delta_2}{dx} u_\infty \cdot \theta_\infty \right| + \left| \theta \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \right| \right] + \left[\left| \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right| + \left| \int_0^y \frac{\partial(\theta \cdot u)}{\partial x} dy \right| \right] + \left[\left| \frac{u_\infty^3}{2 \cdot c_p} \frac{d\delta_3}{dx} \right| - \left| \frac{1}{c_p} \int_0^y \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} dy \right| \right]. \tag{9}$$

* On sait que $u_\infty^3 \frac{d\delta_3}{dx} = 2 \int_0^\infty \frac{\tau}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} dy$.

Sur la Fig. 16, sont tracées, dans le cas de la plaque 1, les courbes donnant $\overline{u'v'}/u_\infty^2$ en fonction de la distance y à la paroi; sur la Fig. 17, sont tracées les courbes donnant $\overline{\theta'v'}/\theta_\infty u_\infty$ en fonction de y . On peut constater que l'on obtient à peu près les mêmes valeurs pour $\overline{u'v'}/u_\infty^2$ et pour $\overline{\theta'v'}/\theta_\infty \cdot u_\infty$.

2.3. Représentation des profils sous une forme universelle

En représentant les profils de vitesse sous la forme [5]:

$$\frac{u - u_\infty}{u_f} = f \left[\frac{y}{\delta_1} \sqrt{\left(\frac{C_f}{2} \right)} \right]. \tag{10}$$

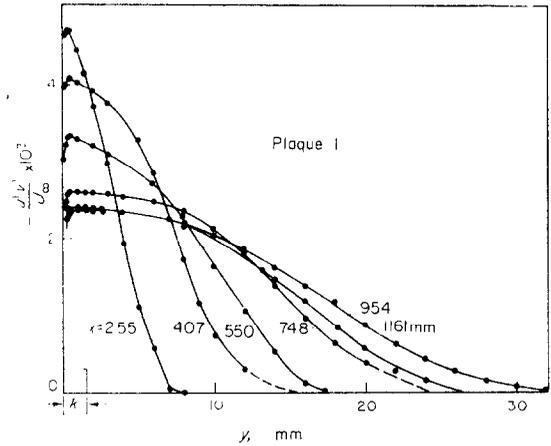


FIG. 16.

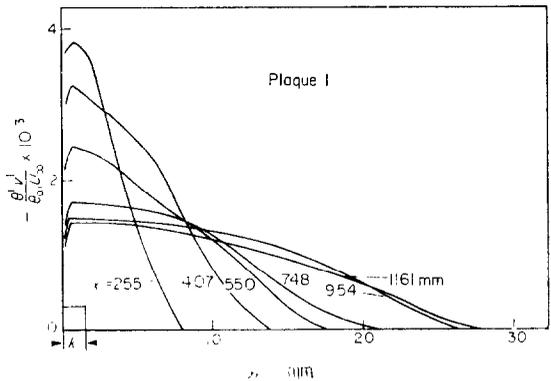


FIG. 17.

Clauser [2] a montré expérimentalement que l'on peut établir un profil universel pour la plaque lisse. Le même résultat a été signalé pour une plaque semi-rugueuse [3]. Ici, les profils mesurés sont mis sous cette forme pour six valeurs différentes de x (Fig. 18). On voit que la courbe correspondant aux faibles valeurs

de x s'éloigne de la courbe correspondant aux grandes valeurs de x . Près de la paroi, la courbe $x = 255$ est au-dessus de la courbe $x = 1160$, tandis qu'au bord de la couche limite, c'est l'inverse qui se produit.

Cette même tendance apparaît quand on trace les profils des températures sous une forme analogue (Fig. 19), en remplaçant

$$\delta_1 \text{ par } \Delta_1$$

$$\frac{C_f}{2} \text{ par } C_h$$

$$u \text{ par } \theta$$

$$u_\infty \text{ par } \theta_\infty$$

$$\frac{u_f}{u_\infty} = \sqrt{\left(\frac{C_f}{2}\right)} \text{ par } \frac{\theta_c}{\theta_\infty} = \sqrt{C_h} \quad (11)$$

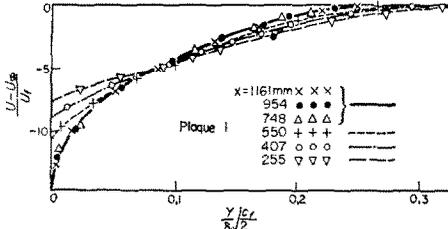


FIG. 18.

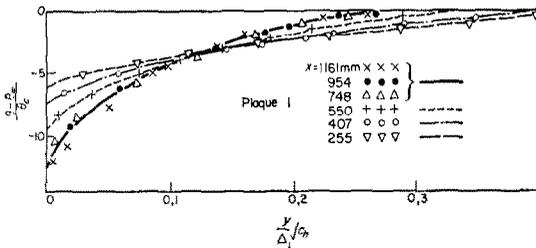


FIG. 19.

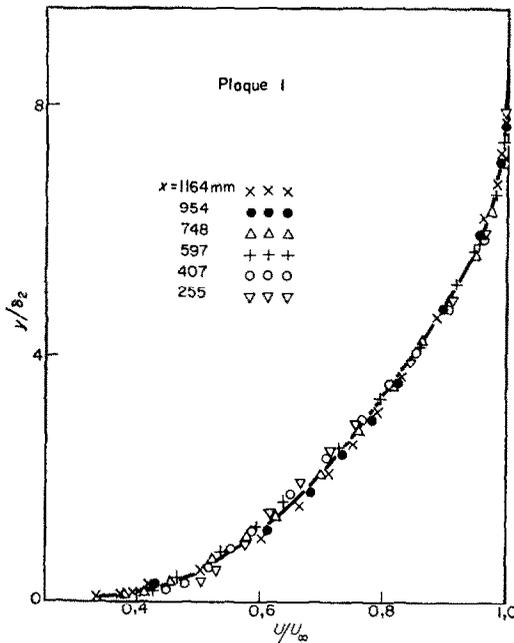


FIG. 20.

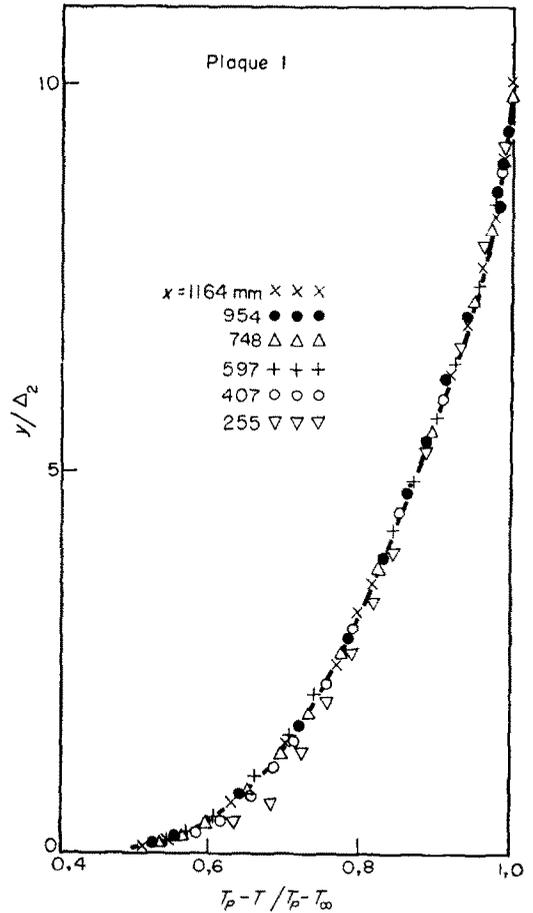


FIG. 21.

L'expression (11) définit un écart de température analogue à la vitesse de frottement. Nous le notons θ_c (indice $c =$ convection).

Rappelons que l'aire au-dessus de chaque courbe sur les Figs. 18 et 19 est égale à l'unité, comme on peut facilement le montrer.

Comme le montrent, pour la plaque 1, les Figs. 20 et 21, on obtient des courbes universelles bien meilleures en portant y/δ_2 en fonction de u/u_∞ et y/Δ_2 en fonction de θ/θ_∞ .

Etant donné que H et χ sont presque constants, on peut aussi bien tracer y/δ_1 et y/Δ_1 que y/δ_2 et y/Δ_2 en fonction de la vitesse et de la température pour obtenir une courbe universelle.

Cette étude, qui est la suite d'études antérieures sur le même sujet, a été réalisée au Laboratoire d'Aérodynamique du Centre National de la Recherche Scientifique.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur

E. A. Brun pour le soin constant avec lequel il a bien voulu diriger mon travail.

Je voudrais également remercier Monsieur le Professeur F. Schultz-Grunow, d'Aix-la-Chapelle, qui m'a aidé à obtenir une bourse du NATO et à la faire reconduire, ce qui m'a permis de travailler en France pendant plus de deux ans.

BIBLIOGRAPHIE

1. E. A. BRUN et H. PLUM, Étude expérimentale d'une couche limite le long d'une plaque rugueuse, *J. d. R. du C.N.R.S.*, n° 53 (1960).
2. E. H. CLAUSER, Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients, *J. Appl. Sci.* 21, 91 (1954).
3. J. KESTIN and P. D. RICHARDSON, Heat transfer across turbulent incompressible boundary layers. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 6, 147-189 (1963).
4. W. C. REYNOLDS, NASA-Memo n° 12-1-58 (1958).
5. J. ROTTA, Mitteilungen aus dem Max Planck Institut für Strömungsforschung. Göttingen, n° 1 (1950).

Zusammenfassung—Geschwindigkeits- und Temperaturprofile werden entlang von vier rauhen beheizten Platten gemessen, die sich in einer inkompressiblen Strömung mit einer maximalen Reynoldszahl von $2,2 \times 10^6$ befinden. Die homogene Rauigkeit wird durch Fotogravur oder mechanisch erreicht. Die Geschwindigkeits- und Temperaturprofile können allgemein dargestellt werden. Mit Hilfe dieser Profile lässt sich auch die Wandreibung, der Wärmeübergang an der Wand, die reduzierte turbulente Schubspannungsverteilung längs der Platte und der reduzierte, turbulente Wärmefluss durch die Grenzschicht berechnen.

Аннотация—Измерялись профили скоростей и температур на четырех нагретых шероховатых пластинах в несжимаемом потоке, причем максимальное число Рейнольдса равнялось $2,2 \times 10^6$. Однородная шероховатость была получена фотогравированием или каким-либо другим механическим способом.

Получено общее выражение для профилей скоростей и температур. С помощью этих профилей подсчитано трение и теплообмен на стенке пластины, а также распределение приведенных турбулентных касательных напряжений и приведенного турбулентного теплового потока поперек пограничного слоя.